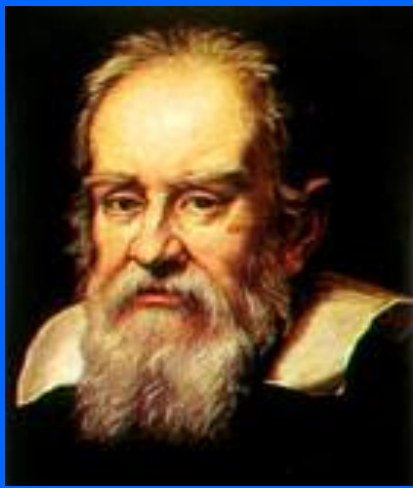


Voortgezette Cursus
Sterrenkunde Amersfoort

Zwaartekracht, de Relativiteits Theorie en de evolutie van het heelal

E.P.J. van den Heuvel
Universiteit van Amsterdam

8 Mei 2019



GALILEI (ca 1600):

Van beweging met een vaste snelheid merkt men **NIETS**'. Je merkt alleen een **VERANDERING** van de snelheid: **VERSNELLING**

1564-1642

trage massa



NEWTON (ca 1680): Kracht = **Massa** x versnelling

EN:

zwaartekrachts-aantrekking uitgeoefend door hemellichaam is evenredig met de **Massa** van dit hemellichaam



1642-1727

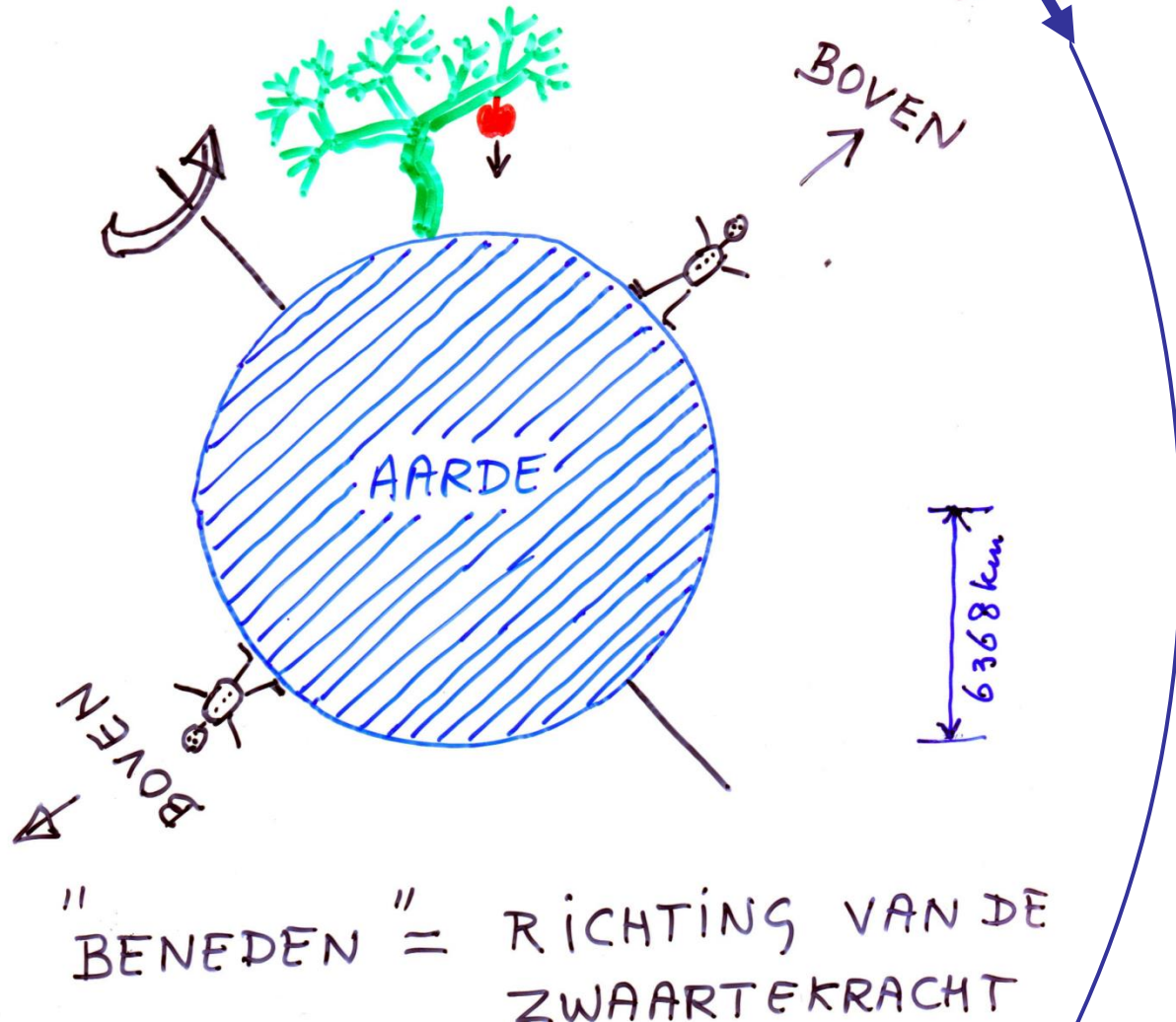
zware massa

MYSTERIE: waarom zijn *trage en zware massa* **gelijk aan elkaar**?

ZWAARTE KRACHT
(Newton, ca. 1666)

APPEL VALT OMDAT AARDE
ERAAN TREKT

Christiaan Huygens
(~1660) versnelling
cirkelbeweging:
 $a = v^2/r$



Door centrifugale versnelling v^2/r te combineren met 3^e wet van Kepler ($T^2/r^3 = \text{Constant}$; T = omloopstijd van planeet, r is de straal van zijn baan) vonden Newton (en ook Robert Hooke):

Zwaartekrachtswet van Newton:

Aantrekkende versnelling veroorzaakt door Massa M
is evenredig met M gedeeld door $Afstand^2$:

$$g = - GM/r^2$$

Dus aantrekkende kracht op een massa m :

$$F = -GMm/r^2$$

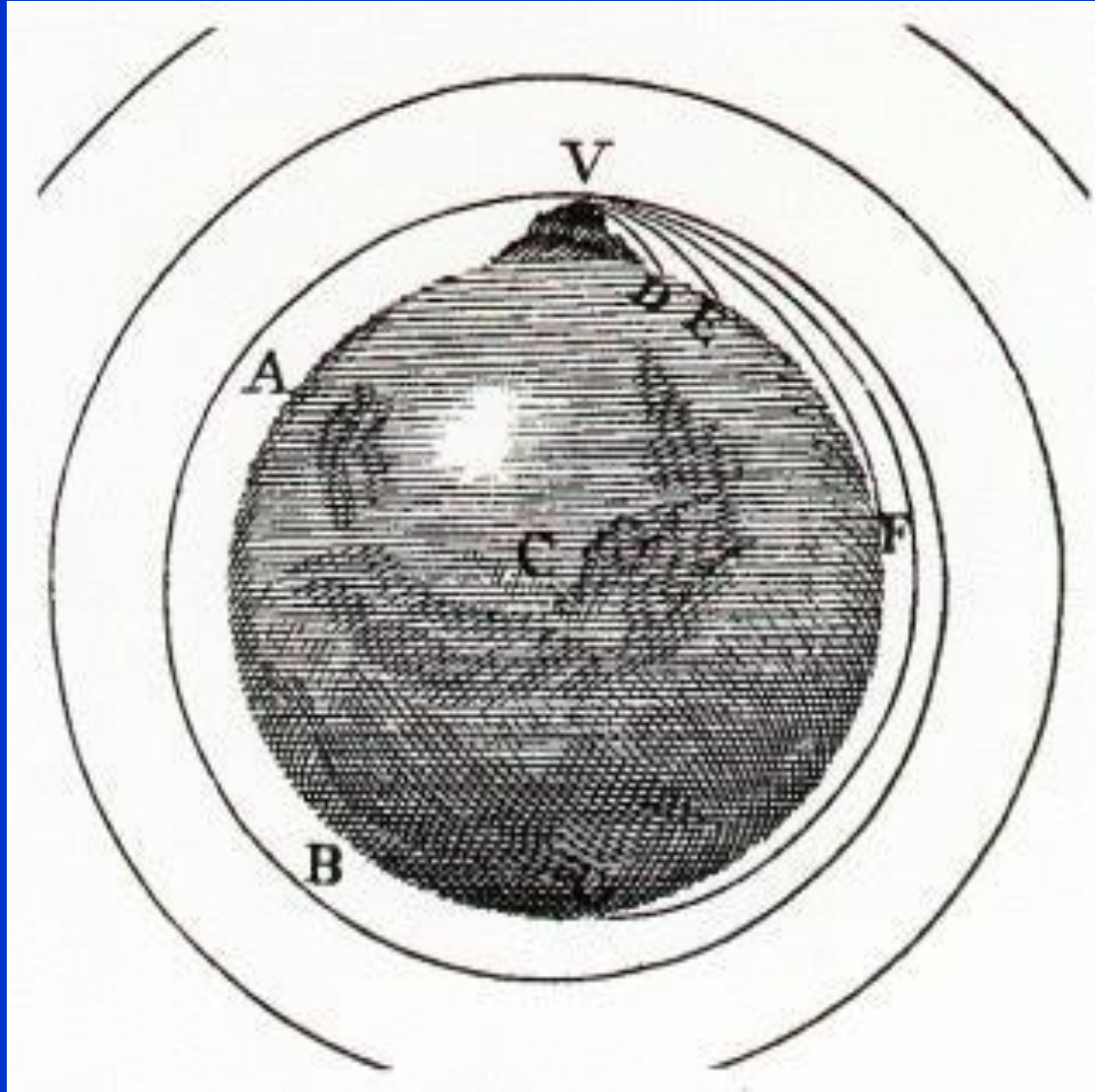
Zwaartekracht is een zeer zwakke kracht

(10^{38} keer zwakker dan electro-magnetische kracht)



AARDE: 6×10^{24} kilogram

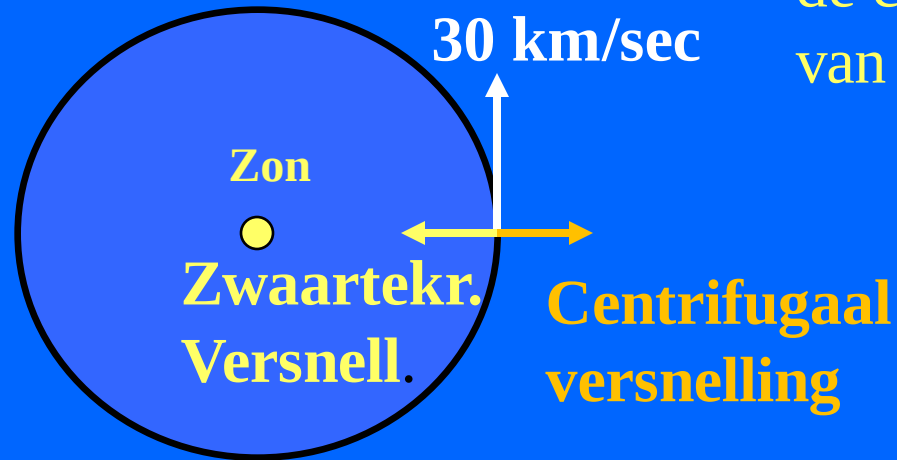
Snelheid nodig om in een baan rond de Aarde te blijven “vallen”
28 000 km/uur (30 keer zo snel als een verkeersvliegtuig)



In Ruimtestation ben je gewichtsloos: je “valt” om de Aarde heen



Op Aarde voelen we zwaartekrachts-aantrekking van de Zon niet:
precies opgeheven door
de centrifugaalversnelling
van baanbeweging



Evenzo voelde André Kuipers de zwaartekrachtsversnelling van de Aarde niet, omdat deze opgeheven werd door de centrifugaalversnelling van zijn beweging in een cirkelbaan om de Aarde met 8 km/seconde (28 000 km/uur): hij was **GEWICHTSLOOS**:

Hij viel om de Aarde heen

Galilei's ontdekking dat je geen onderscheid kunt maken tussen *rust* en *eenparige beweging*, houdt in dat je eenparige beweging alleen kunt constateren ten opzichte van een ander object:

beweging is RELATIEF (t.o.v. een ander)

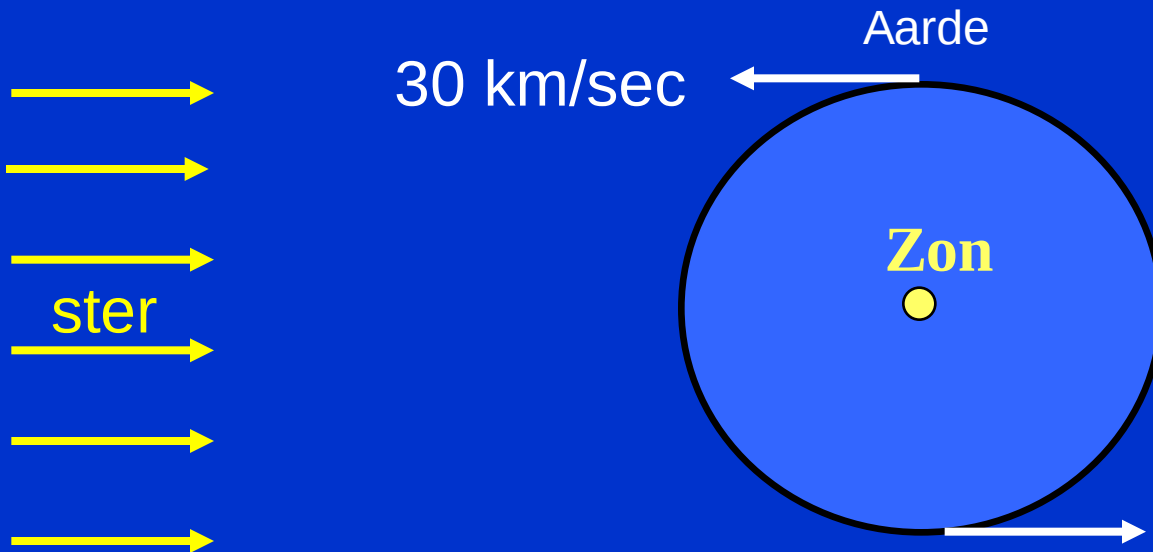
In elk eenparig bewegend stelsel gelden dezelfde natuurwetten, en: in elk stelsel is *de tijd* hetzelfde

Dit was de “eerste relativiteitstheorie”, van Galilei

Experiment van Albert Michelson & Edward Morley (1887)* toonde:

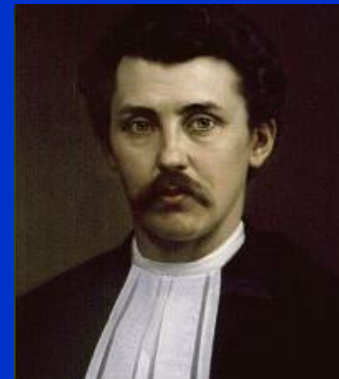
Hoe je ook beweegt ten opzichte van het licht van een ster, de lichtsnelheid die je meet is altijd dezelfde:

$$c = 299\,792 \text{ km/seconde}$$



**c is een natuur-
constante**

* De Nederlandse sterrenkundige Martinus Hoek (1834-1873;Utr.) had dit in feite al in 1868 gevonden toen hij trachtte de “etherwind” van de Aarde te meten



Terwijl volgens de Galilei's relativiteits-theorie een voorwerp “stil kan staan” ten opzichte van een ander voorwerp (namelijk: als beide met dezelfde snelheid bewegen) kan licht nooit stilstaan ten opzichte van iets anders (de lichtbron of de ontvanger) en beweegt ten opzichte van iedereen met de lichtsnelheid c .

*N.B.: dit is GEEN THEORIE maar een EXPERIMENTEEL FEIT:
Dit is een eigenschap van de natuur!*

Einstein nam dit FEIT als uitgangspunt voor zijn Speciale Relativiteitstheorie

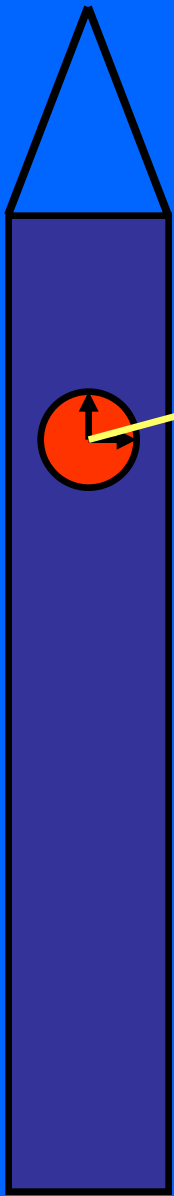


1879-1955

Albert Einstein omstreeks 1905 toen hij zijn 3 beroemde ontdekkingen publiceerde:

- de Speciale Relativiteitstheorie inclusief de formule
“Energie = massa x lichtsnelheid in het kwadraat”: $E=mc^2$
($c = 299\,792\text{ km/sec!}$)
- de verklaring van het foto-electrisch effect als een gevolg van het quantum-karakter van licht (Nobelprijs 1921);
- theorie van de Brownse beweging als gevolg van bestaan van atomen en moleculen

Lichtstraal $c = 299\,792\text{ km/sec}$



Einstein (1904):

“Meereizend met een lichtstraal blijft de klok stilstaan, maar mijn horloge loopt gewoon door”, dus:

“eindige lichtsnelheid maakt van tijd een relatief begrip”

1905: Speciale Relativiteitstheorie: tijd, lengte en snelheid zijn relatieve begrippen, en:

Energie = massa x lichtsnelheid in het kwadraat

$$E = mc^2$$

Stadhuis Bern

Galileï's ontdekking dat je rust en eenparige beweging niet kunt onderscheiden betekent in feite:

Alle wetten van de natuurkunde zijn geldig op dezelfde manier in stelsels die eenparig bewegen, onafhankelijk van de snelheid van het stelsel. ANDERS GEZEGD:

Transformeer je van het ene naar het andere eenparig bewegende stelsel, dan blijven alle natuurkunde wetten geldig.

In de Speciale Relativiteits Theorie blijft dit alles geldig, (wel treden nu voor ten opzichte van elkaar bewegende waarnemers vreemde effecten op)

Einstein vindt dat de snelheid waarmee de tijd van twee waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen verloopt, verschilt (aangenomen wordt dat beide een identieke klok hebben, bijvoorbeeld een atoomklok):

Als waarnemer 1 beweegt ten opzichte van waarnemer 2 met een snelheid v , dan wordt het tijdsinterval T_1 tussen twee gebeurtenissen, dat door waarnemer 1 wordt afgelezen op zijn klok, door waarnemer 2 gezien als tijdsinterval T_2 , gegeven door:

$$T_2 = T_1 / \sqrt{1 - (v/c)^2} = \gamma \cdot T_1$$

γ noemt men de Lorentz-factor. Voorbeeld: $v=0.9c$: $\gamma= 2.27$

Men ziet dat als v de lichtsnelheid c benadert, de tijd voor 2 veel langzamer verloopt dan voor 1 (en omgekeerd).

Afleiding bijv in: A.Bais: *De Sublieme eenvoud van Relativiteit*, Amsterdam Univ. Press 2007.

Out of a million particles at 10 km, how many will reach the Earth?

Measure muon flux at 10 km height.

μ 1,000,000

$v = .98c$

μ : mass $207 m_e$
charge + or -

Rest halflife:
 $T_0 = 1.56 \times 10^{-6}$ sec

$L_0 = 10$ km

Simultaneously
monitor flux at
ground level.

μ 0.3

Distance: $L_0 = 10^4$ meters

Time: $T = \frac{10^4 \text{ m}}{(0.98)(3 \times 10^8 \text{ m/s})}$

$T = 34 \times 10^{-6} \text{ s} = 21.8 \text{ halflives}$

Survival rate:

$$\frac{1}{I_0} = 2^{-21.8} = 0.27 \times 10^{-6}$$

Or only about 0.3 out of a million.

Out of a million particles at 10 km, how many will reach the Earth?

Measure muon flux at 10 km height.

μ 1,000,000

$v = .98c$

$\gamma = 5$

$L_0 = 10 \text{ km}$

μ : mass $207 m_e$

charge + or -

Rest halflife:

$T_0 = 1.56 \times 10^{-6} \text{ sec}$

Simultaneously monitor flux at ground level.

μ 49,000

Distance: $L_0 = 10^4 \text{ meters}$

Time: $T = \frac{10^4 \text{ m}}{(0.98)(3 \times 10^8 \text{ m/s})}$

$T = 34 \times 10^{-6} \text{ s} = 4.36 \text{ halflives}$

Survival rate:

$$\frac{I}{I_0} = 2^{-4.36} = 0.049$$

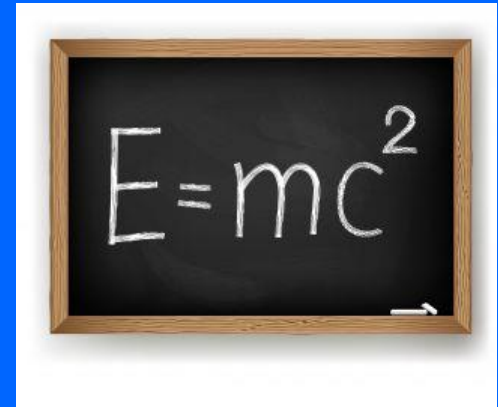
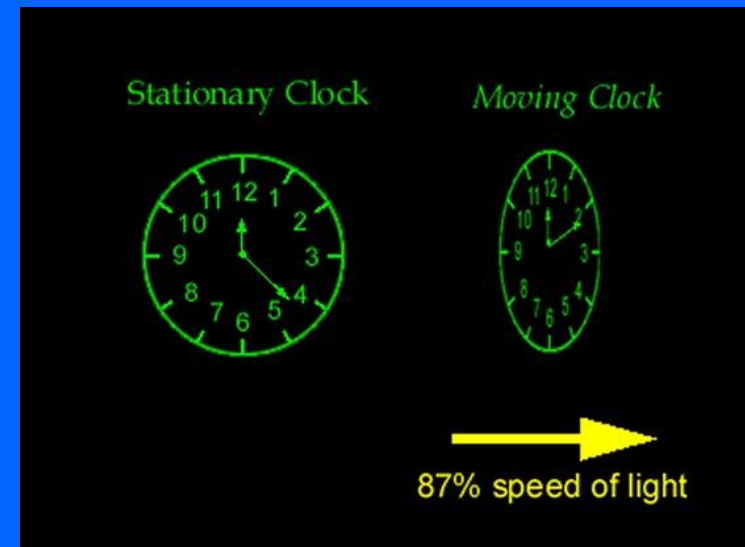
Or about 49,000 out of a million.

The muon's clock is time-dilated, or running slow by the factor $T = \gamma T_0$, so its measured halflife is $5 \times 1.56 \mu\text{s} = 7.8 \mu\text{s}$.

Postulaten van de Speciale Relativiteits Theorie:

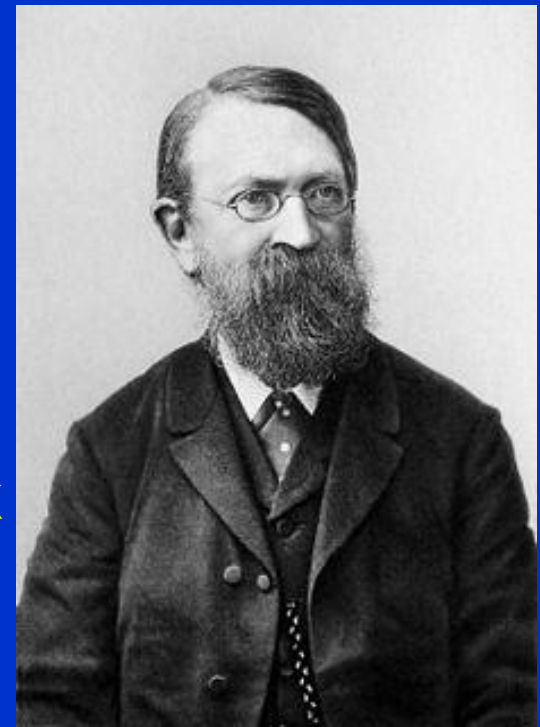
- Alle natuurwetten zijn hetzelfde in elk eenparig bewegend stelsel;
- De lichtsnelheid in vacuum is hetzelfde in elk eenparig bewegend stelsel, en onafhankelijk van de snelheid van de waarnemer t.o.v. de lichtbron.

Het bleek dat alle bekende natuurwetten (zoals electromagnetisme) hiermee in overeenstemming zijn, **BEHALVE** de zwaartekracht

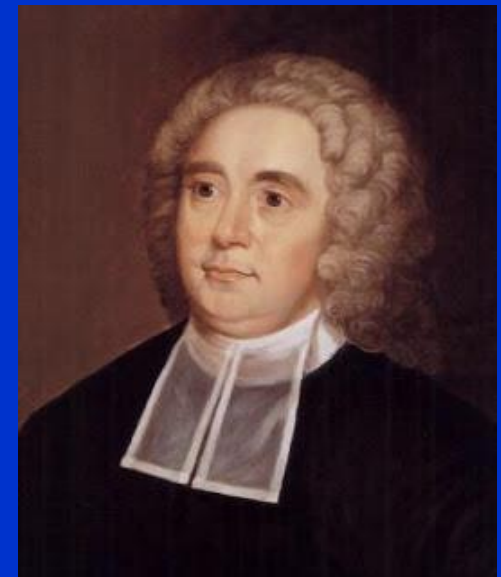


Wat gebeurt nu bij versnelde systemen?

Einsteins denken werd hier sterk beïnvloed door een gedachte uit 1872 van de Oostenrijkse fysicus/filosoof Ernst Mach (1838-1916) over de oorzaak van de traagheid. Mach suggereerde als oorzaak: de zwaartekrachts-aantrekking van de sterrenwereld



De Ierse Anglicaanse bisschop George Berkeley (1685-1753) had al kritiek geleverd op Newtons “absolute ruimte”, en gesuggereerd dat de sterrenwereld die rol kan vervullen



Simon Stevin (1585, valproeven vanaf de toren van Nieuwe Kerk in Delft),
en G. Galileï (in 1590 of later, vanaf de toren van Pisa):

“In een zwaartekrachts veld vallen alle voorwerpen even snel,
onafhankelijk van hun massa”





Einstein (1907):
“De gelukkigste gedachte
van mijn leven”:

Iemand die vrij valt in een
zwaartekrachtsveld
ondervindt geen enkele
kracht (is gewichtsloos).

Alle natuurkunde wetten
(inclusief Speciale relativiteit)
blijven geldig als je vrij valt in
een zwaartekrachtsveld

Hij/zij kan geen enkel
onderscheid maken t.o.v.
de situatie waarin hij in rust
is in de vrije ruimte, ver van
alle zwaartekrachtsvelden

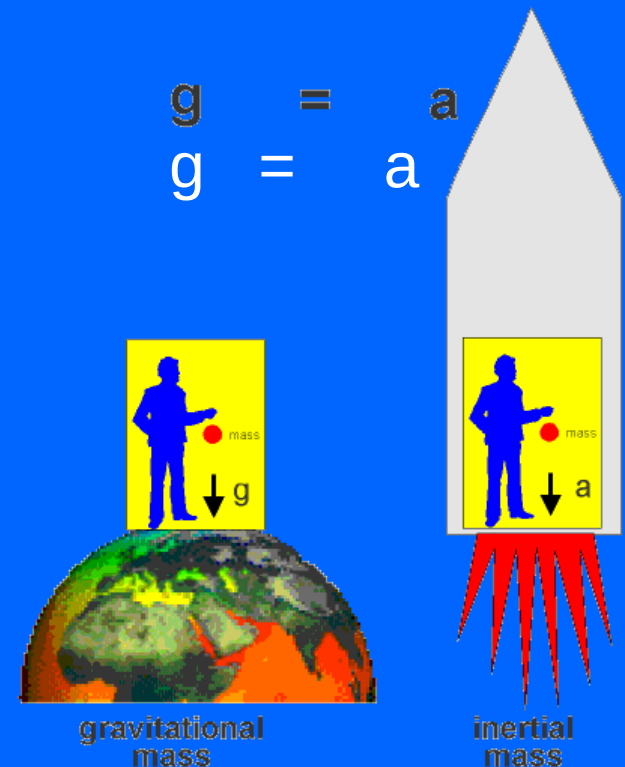
Dit is het (zwakke) “Equivalentie Principe”

Hoe zit het nu met versnelde bewegingen in het algemeen?

Hier introduceerde Einstein het “Sterke Equivalentie Principe”

Wegens de gelijkheid van zware en trage massa kunnen we in een afgesloten ruimte (geen ramen) geen onderscheid maken tussen:

- of men zich bevindt in rust op een planeet met zwaartekracht, of
- In een raket die versneld wordt met dezelfde versnelling: $a = g$.



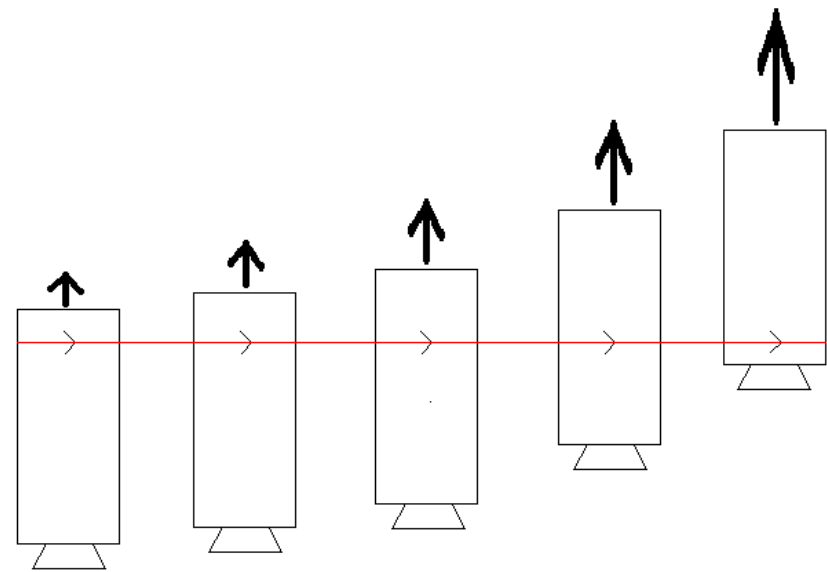
Het Sterke Equivalentie-principe:

Versnelling en zwaartekracht zijn equivalent:

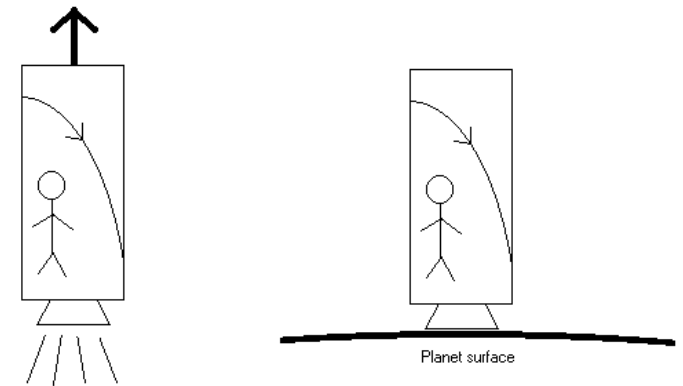
Iemand in een eenparig versnelde afgesloten lift kan niet uitmaken of de lift versneld omhooggaat of dat hij stilstaat en zich in een zwaartekrachtsveld bevindt: **Dus:**

Een voorwerp of lichtstraal “valt” in beide gevallen op precies dezelfde wijze.

Lichtstralen volgen de ruimte: *Ruimte gekromd door zwaartekracht*

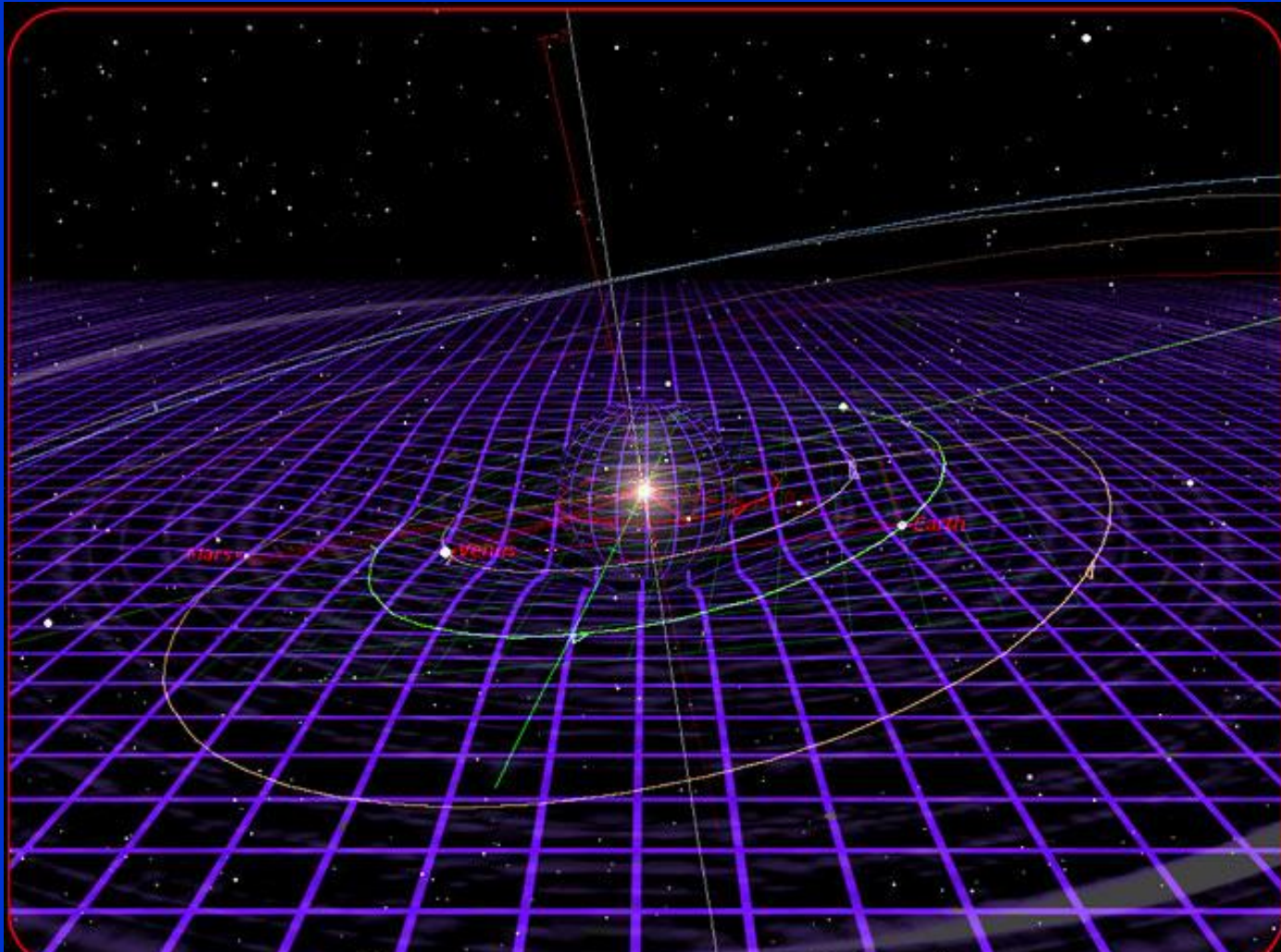


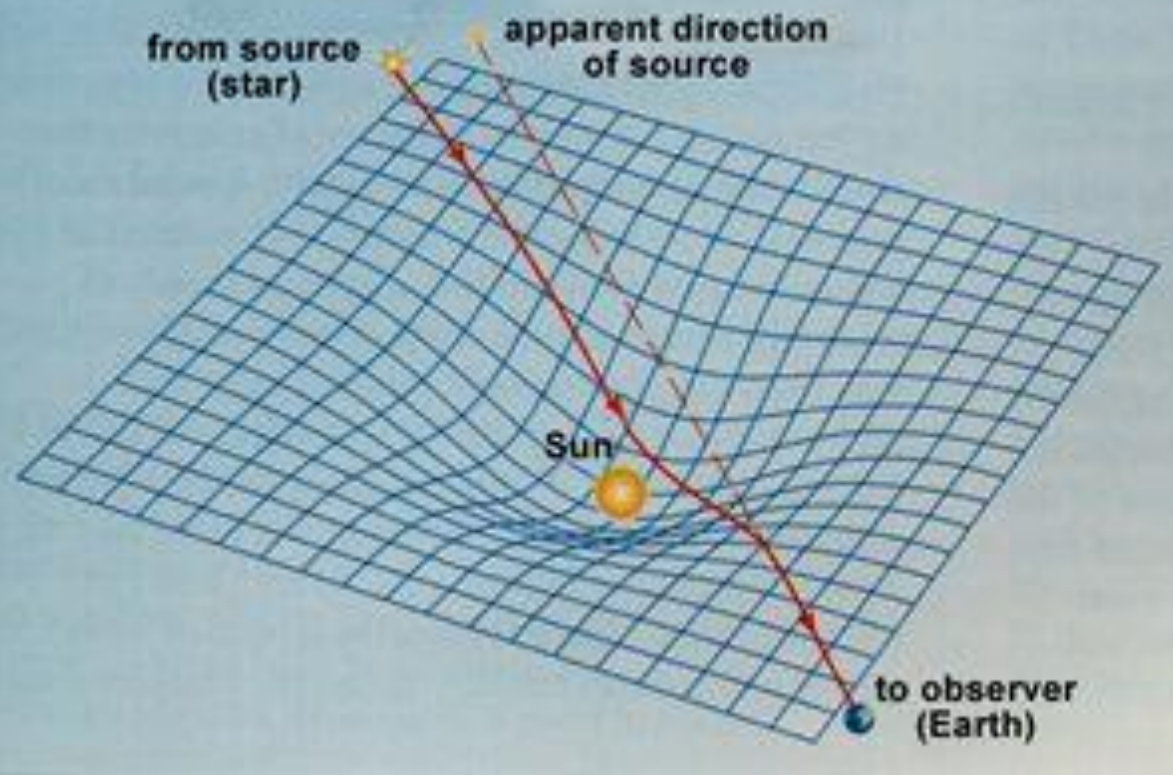
View of our accelerating elevator. The beam of light travels in a straight line (as represented by the red line); it is the elevator that is accelerating. The time interval between each view of the elevator is the same. We can thus imagine that if we were standing in the elevator, the beam of light would thus appear to follow a curved path, as show below (lower left).



Due to the "equivalence principle," if you were to stand inside the elevator, it would not be possible to tell whether you were accelerating (above left) or whether you were instead placed in a gravitational field, on a planet's surface (above right). And because we know that in an accelerating frame like that in the elevator on the left, a beam of light would appear to follow a bent path, we ought to observe the same bending of light if we were on a planet's surface. [The effect of bending is extremely exaggerated here.] That's how we can conclude that gravity bends light!

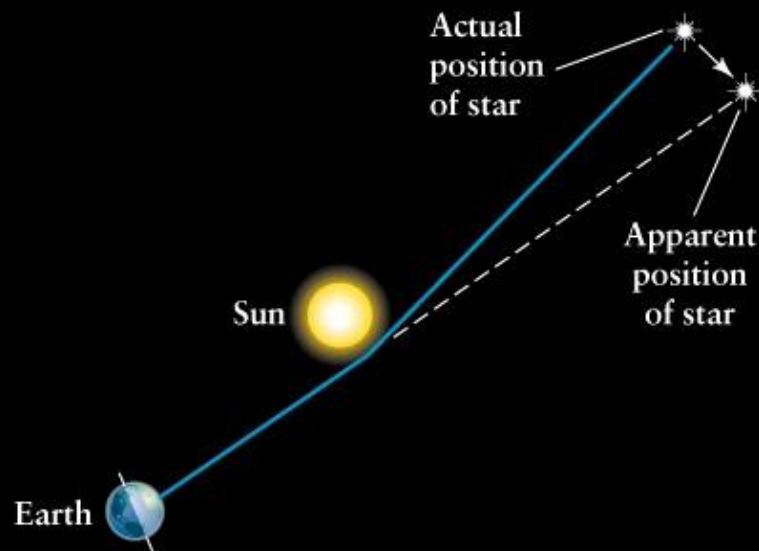
1915: Algemene Relativiteitstheorie: Ruimte wordt “opgespannen” door massa’s. Zwaartekracht is kromming van de “ruimte” veroorzaakt door die massa’s (in feite: kromming van de ruimte-tijd).



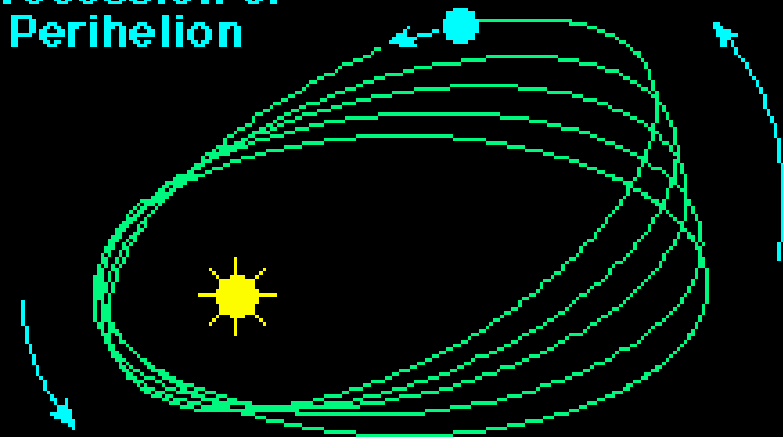


De drie “klassieke” voorspellingen van Einstein’s Algemene Theorie in Zonnestelsel:

1. Roodverschuiving van licht.
2. Afbuiging van het licht (zonsverduistering 1919)
3. Mercurius Perihelium precessie: $43''/\text{eeuw}$

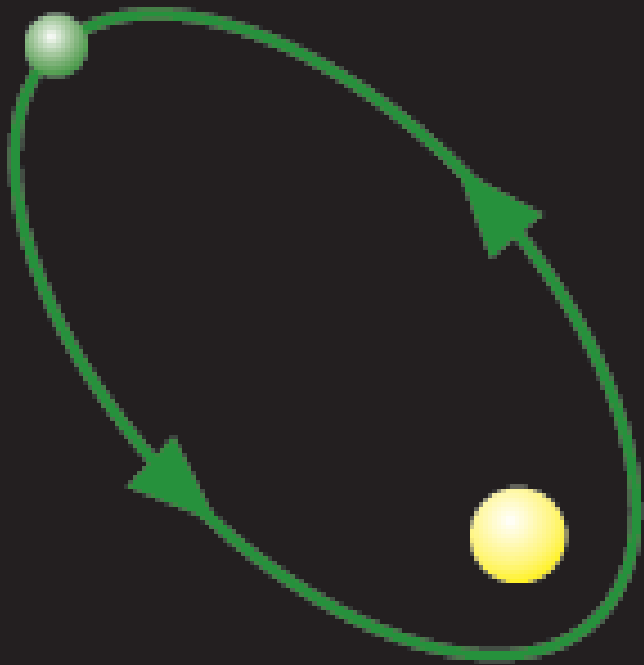


Precession of Perihelion

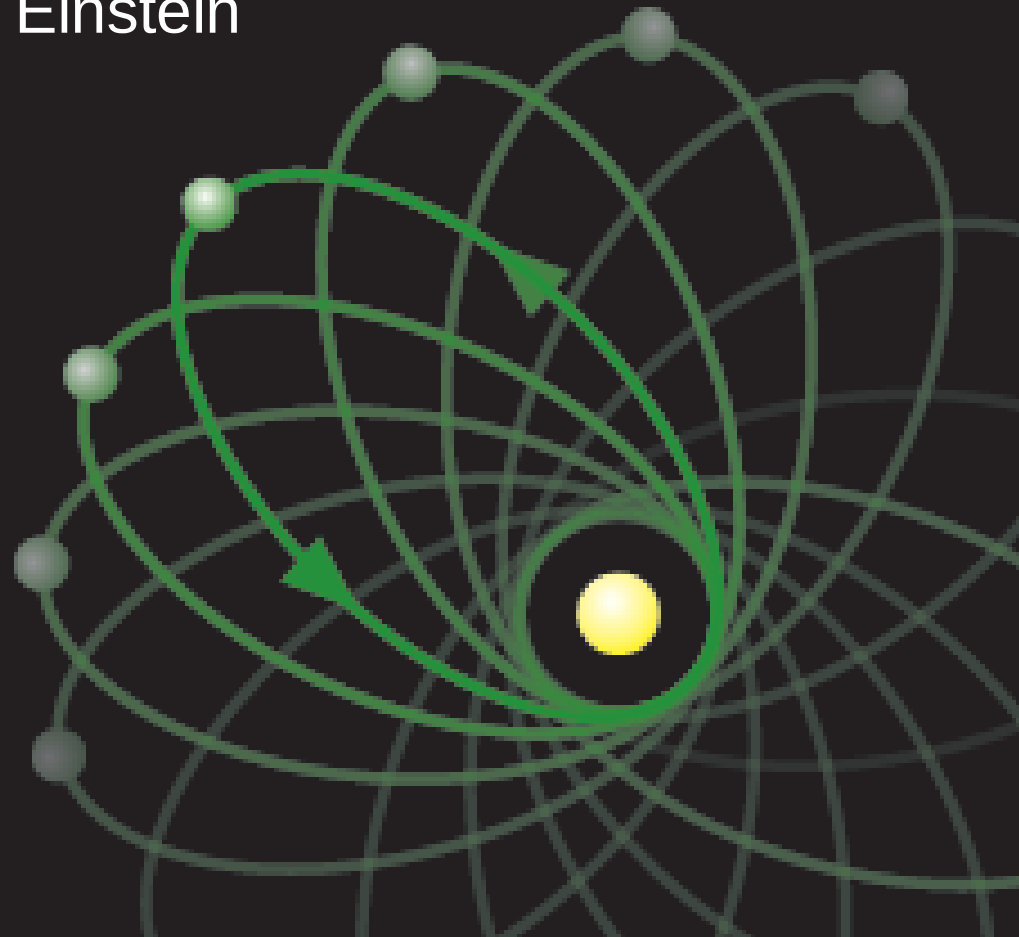


3. Rondraaien van lange as van ellipsbaan van een planeet in baanvlak. Einstein berekende 11 nov. 1915 voor Mercurius: 42,89 boogseconde per eeuw. Dit was precies de onverklaarde waargenomen waarde!

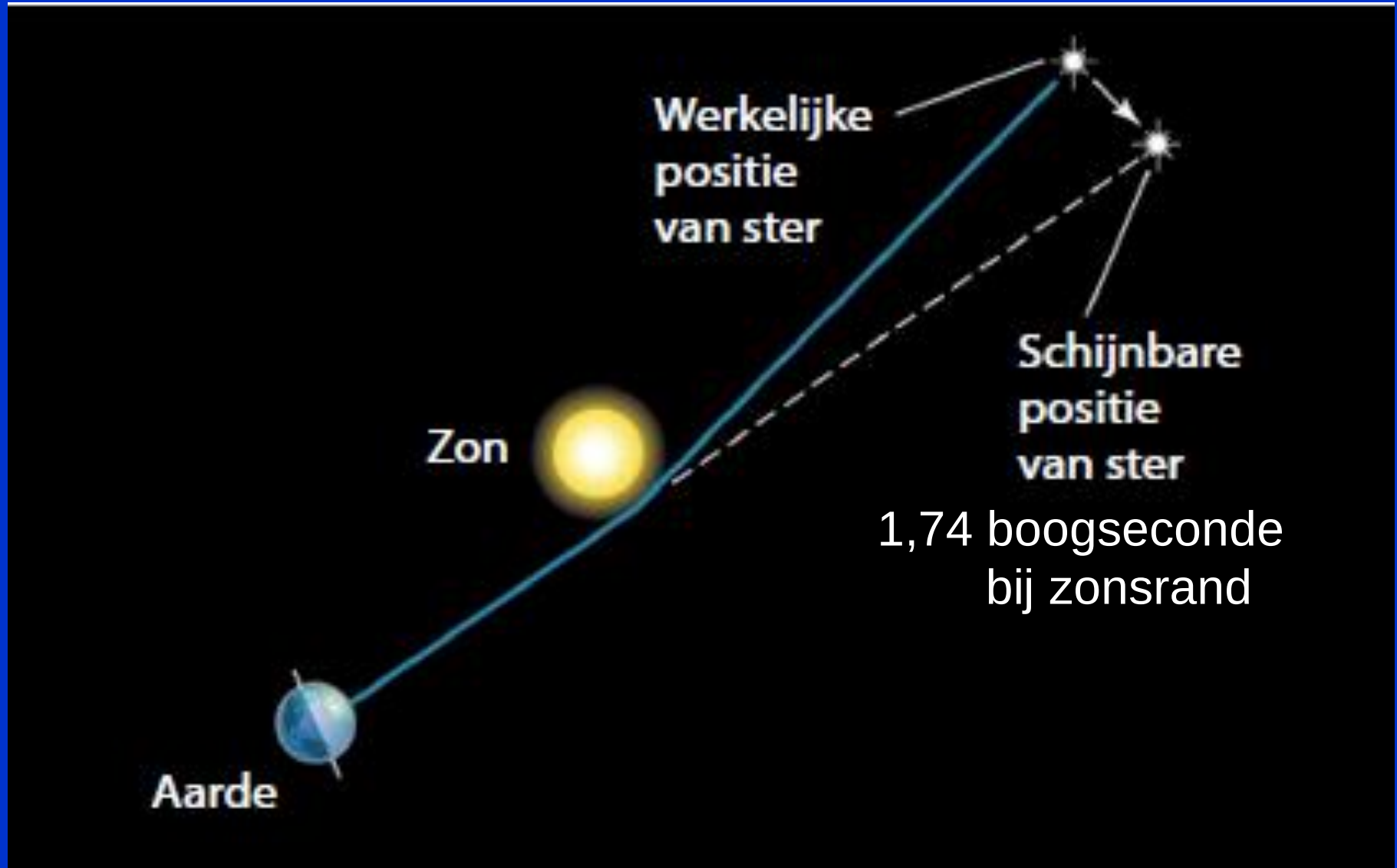
Newton



Einstein

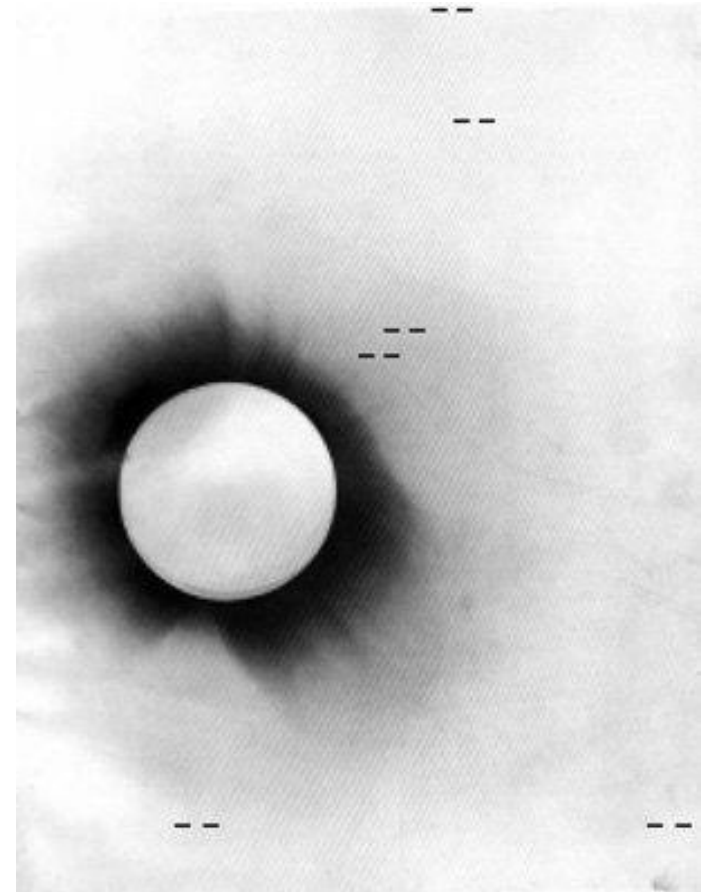


2. Afbuiging van ster-licht bij de rand van de Zon. Gemeten door Eddington in 1919 bij zonsverduistering in Principe (W-Afrika) en Sobral (Brazilië): 1.74 boogsec (2 x waarde van Newton)



Negative photo of May 1919 eclipse

- Principe Island, 29 May 1919. Marked on a negative photo of the 1919 solar eclipse are the positions of stars examined in the historic test of Einstein's theory of gravity (from *Memoirs of the Royal Astronomical Society LXII*, Appendix Plate 1).



New York Times
10 nov 1919

LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS

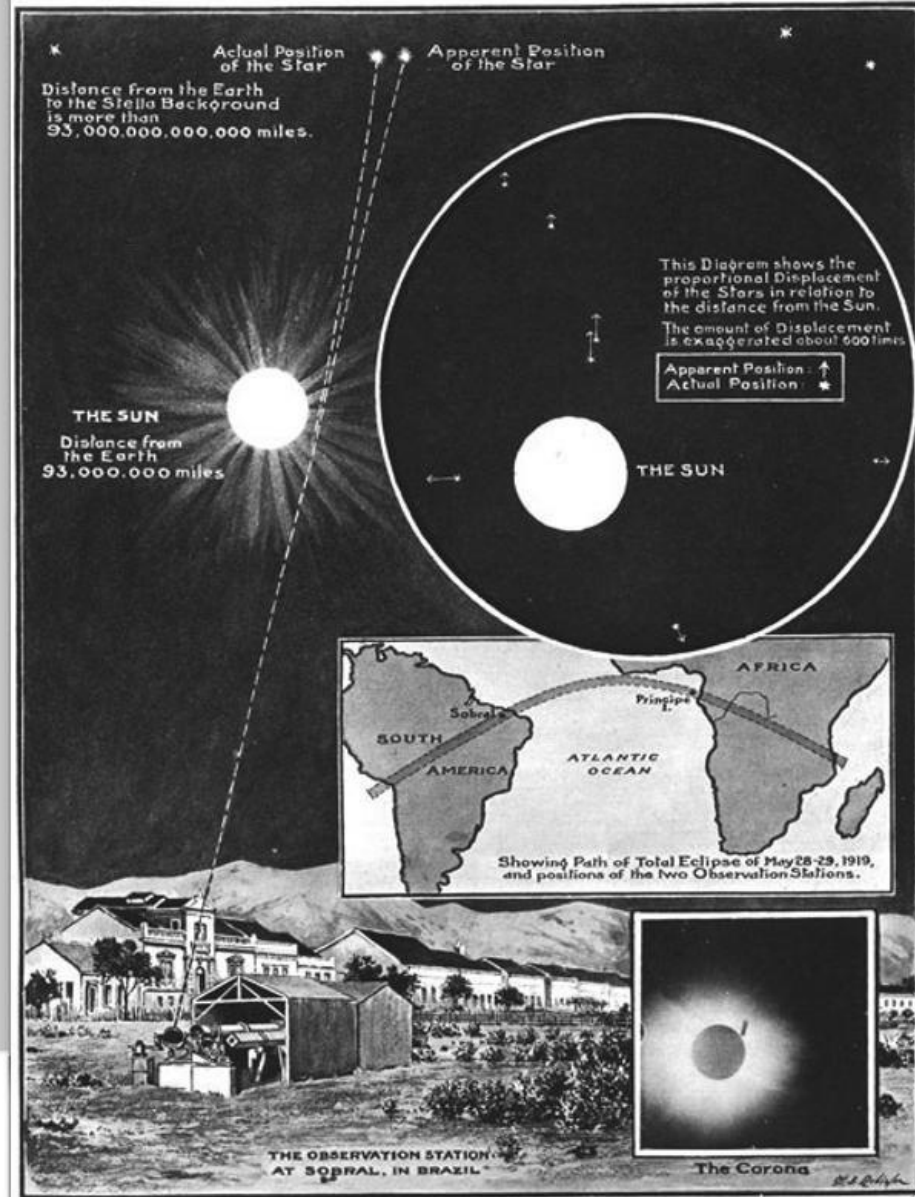
Men of Science More or Less
Agog Over Results of Eclipse
Observations.

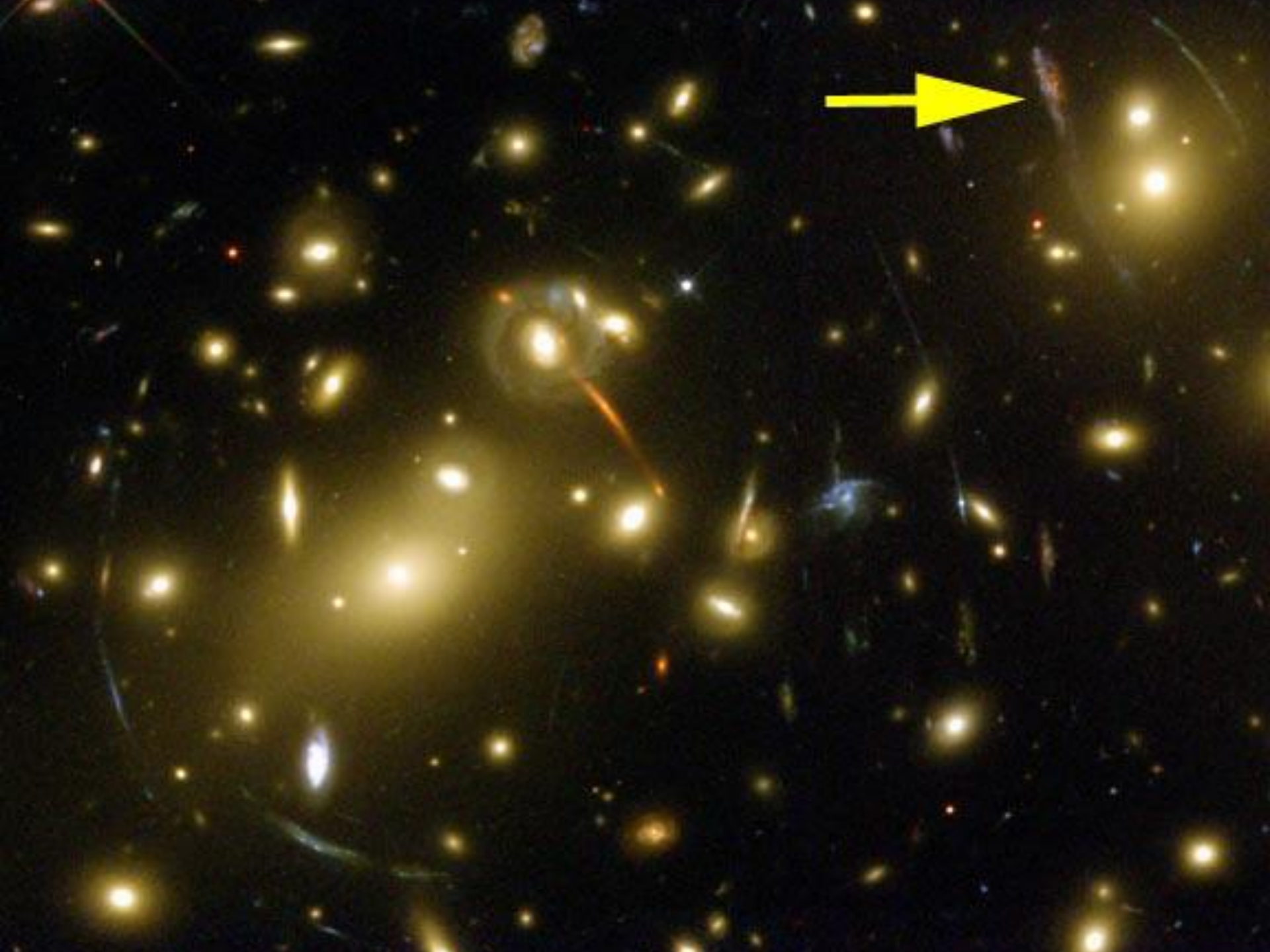
EINSTEIN THEORY TRIUMPHS

Stars Not Where They Seemed
or Were Calculated to be,
but Nobody Need Worry.

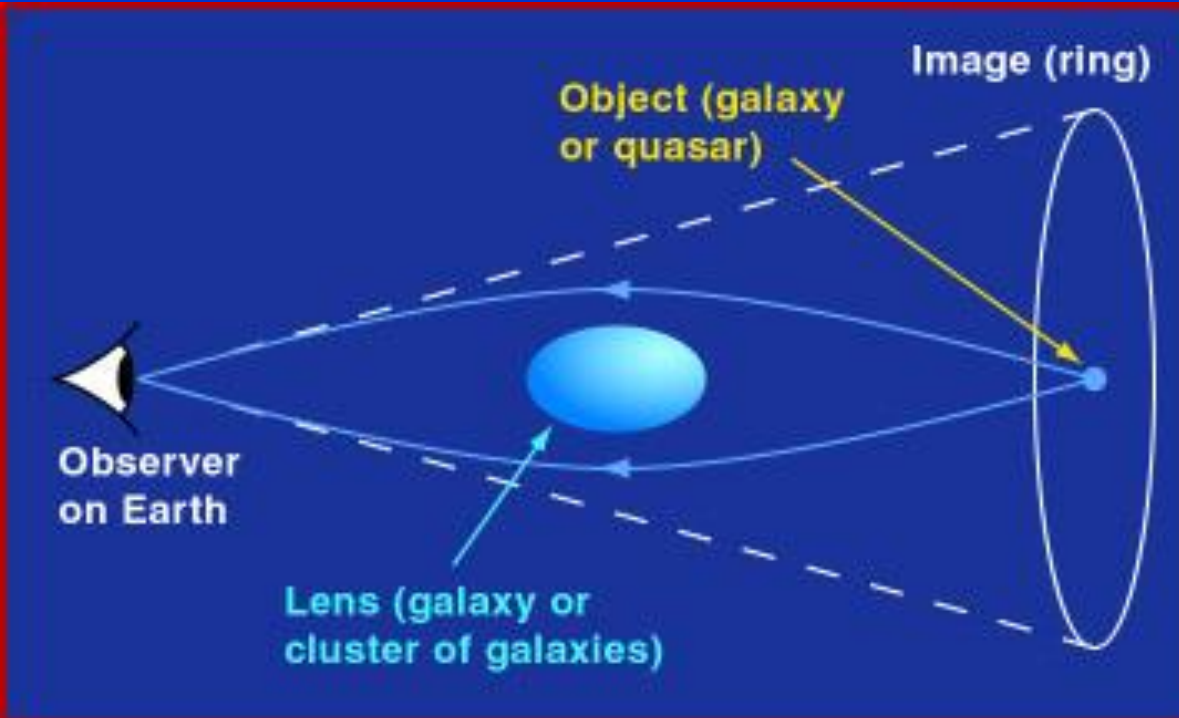
A BOOK FOR 12 WISE MEN

No More in All the World Could
Comprehend It, Said Einstein When
His Daring Publishers Accepted It.



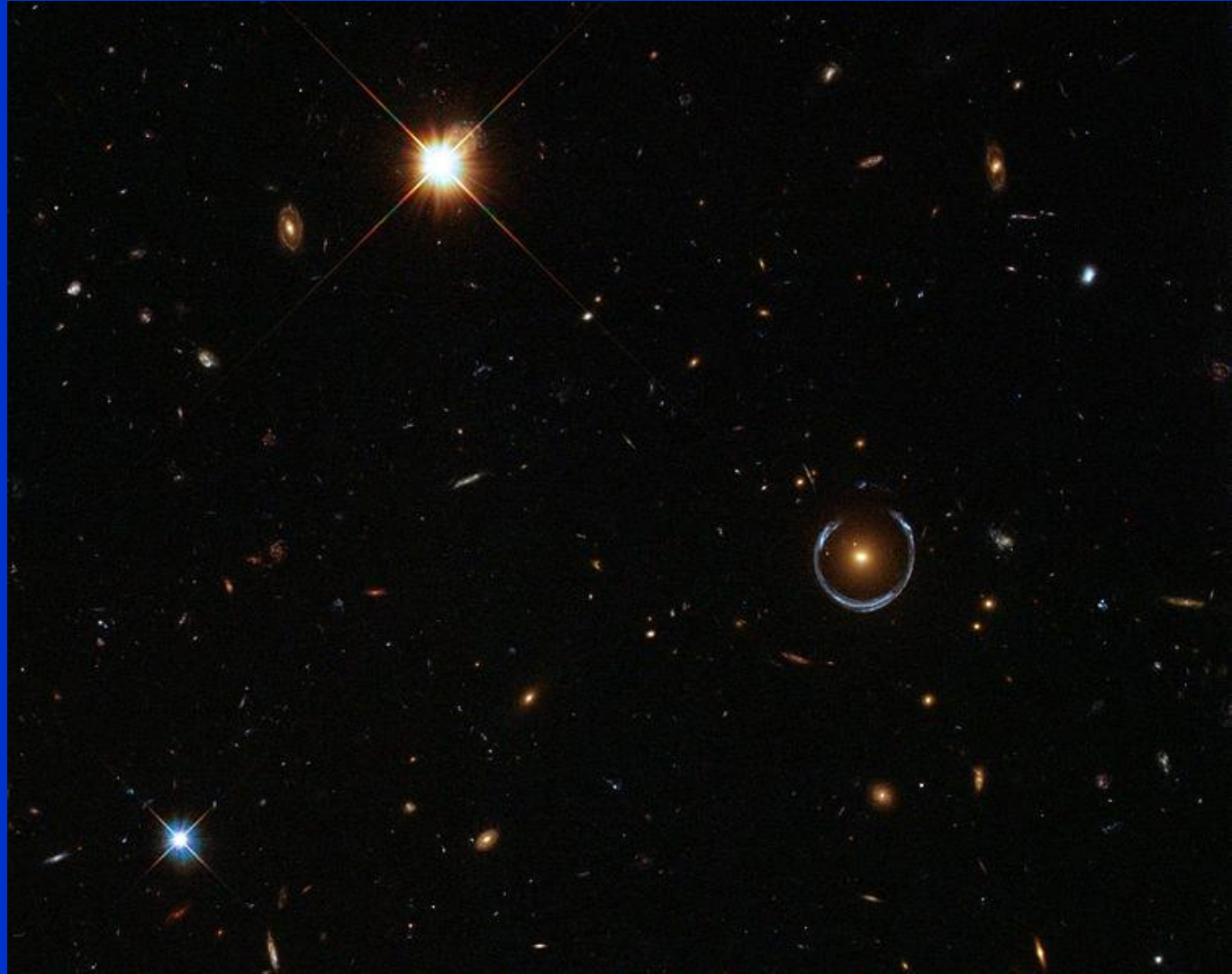


Vorming van een “Einstein Ring” door gravitatie-lens werking



Einstein ring around
Large Red Galaxy
LRG 3-757:

image of a much
more distant blue
galaxy, perfectly
aligned with the LRG
(*Hubble ST picture*)



Cluster
Abell 1689,
Zwaartekrachts
Lens (HST).

“Einstein-ringen
tonen dat er in
clusters 5 à 10
maal meer
“donkere
materie”, met
zwaartekracht,
is dan “gewone”
materie die uit
atomen bestaat.

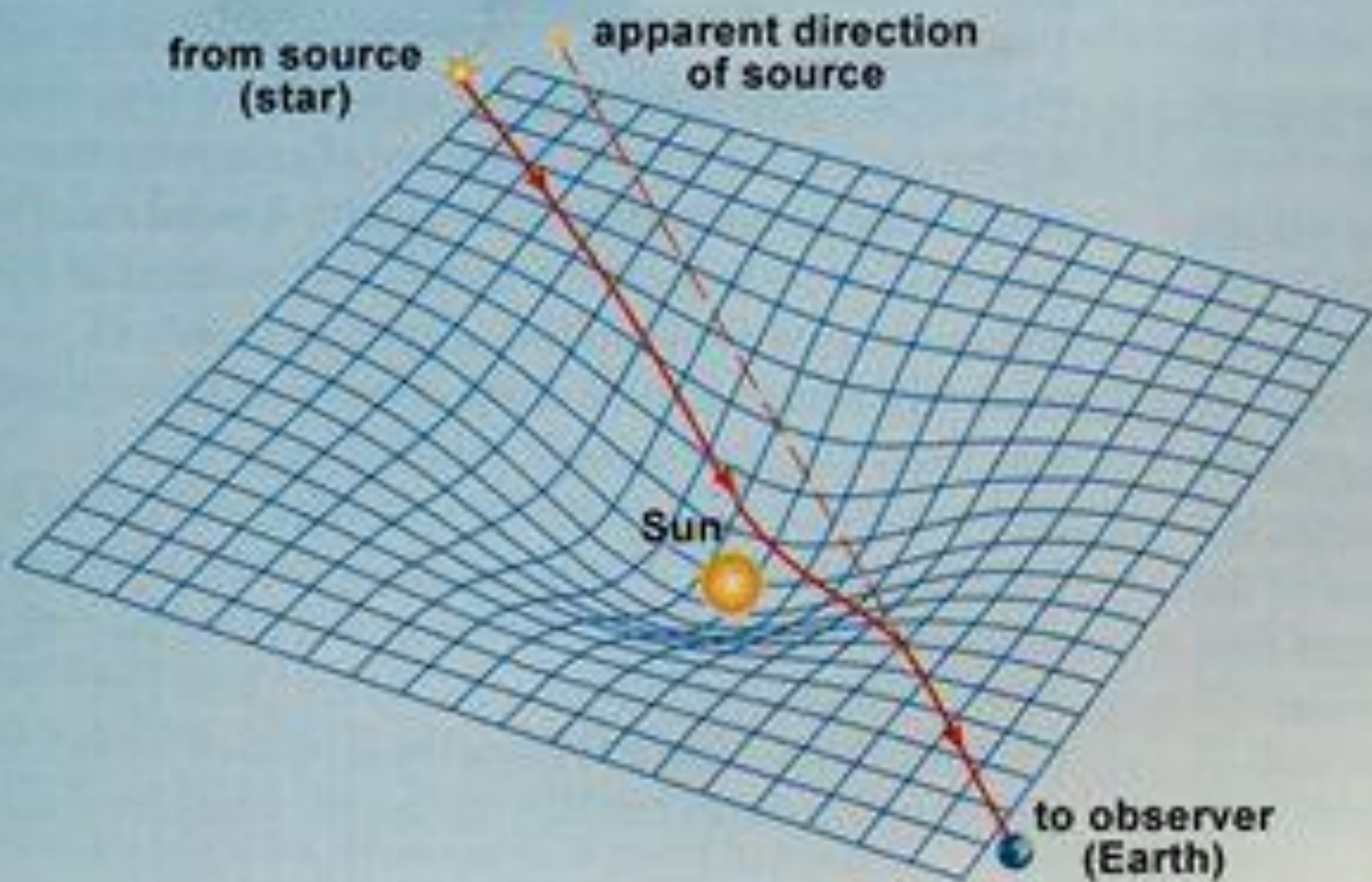


from source
(star)

apparent direction
of source

Sun

to observer
(Earth)

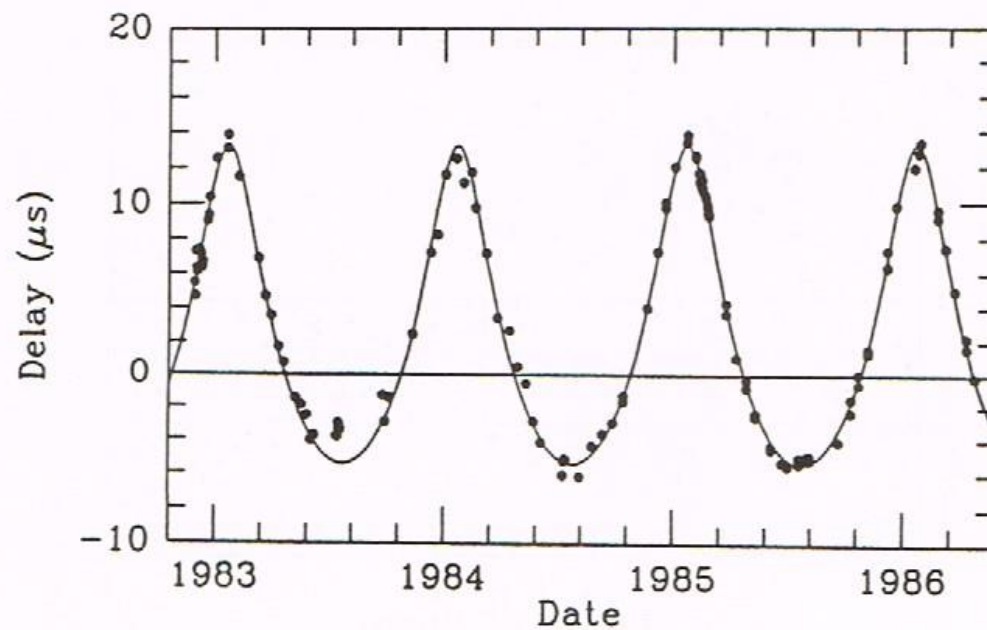


4. Een vierde effect, dat Einstein over het hoofd zag:

Het “Shapiro time delay” : een radio-signaal (of licht) moet door de “zwaartekrachtsgat” van de Zon lopen en doet er daarom langer over om ons te bereiken dan in een vlakke ruimte.

Voor het eerst gemeten bij terugkaatsing van radar-signalen van Venus, en tegenwoordig meetbaar bij signalen van alle ruimtevoertuigen in Zonnestelsel, en bij radio-pulsars.

Shapiro time delay variation of the arrival times on Earth of the pulses of the millisecond radio pulsar PSR 1937+21 (Taylor 1987) (pulse frequency 642 Hz).



Relativiteit als engineering science en miljardenindustrie

GPS satellieten bevatten een atoomklok, die voor de navigatie vergeleken wordt met atoomklokken op de grond

Twee relativistische effecten:

1. Algemene Relativiteit: Zwaartekracht op de hoogte van de satelliet is lager dan op de grond: klokken lopen daar iets *sneller* dan op de grond (45 microseconden per dag)
2. Speciale relativiteit: als gevolg van de baanbeweging (t.o.v. de grond) lopen de klokken in de satelliet 7 microseconden *langzamer* per dag dan op de grond

Totaal lopen ze dus 38 microseconden per dag *sneller* dan de klokken op de grond. Vergeet men hiervoor te corrigeren dan komt men totaal verkeerd uit (het is een cumulatief effect!)

Toen hij in 1916 zijn nieuwe zwaartekrachtstheorie toepaste op heelal vond hij:

Heelal gaat uitzetten of krimpen

Einstein geloofde echter in een statisch heelal

Hij voegde toen een extra term toe, aangeduid met Λ (lambda), aan zijn theorie om heelal in evenwicht te krijgen

Oorspronkelijke Einstein vergelijking

$$G_{\alpha\beta} = (8\pi G/c^4)T_{\alpha\beta}$$

Hierin geeft G de kromming van de ruimte weer, veroorzaakt door de energie-dichtheid (= “massaverdeling”) T

Einstein vond, toen hij merkte dat bovengenoemde vergelijking het heelal doet uitdijen of krimpen, dat de enige manier waarop hij die vergelijking zou kunnen uitbreiden is, als:

$$G_{\alpha\beta} - \Lambda g_{\alpha\beta} = (8\pi G/c^4)T_{\alpha\beta}$$

Hierin is Λ (“lambda”) een universele constante, de zgn:

COSMOLOGISCHE CONSTANCE

Door Λ handig te kiezen kon hij een statisch heelal verkrijgen

de Sitter (1917): “het heelal is ontzettend ijl, laten we daarom de massa-term (T) vergeten, en de vergelijking met Λ er in oplossen”:

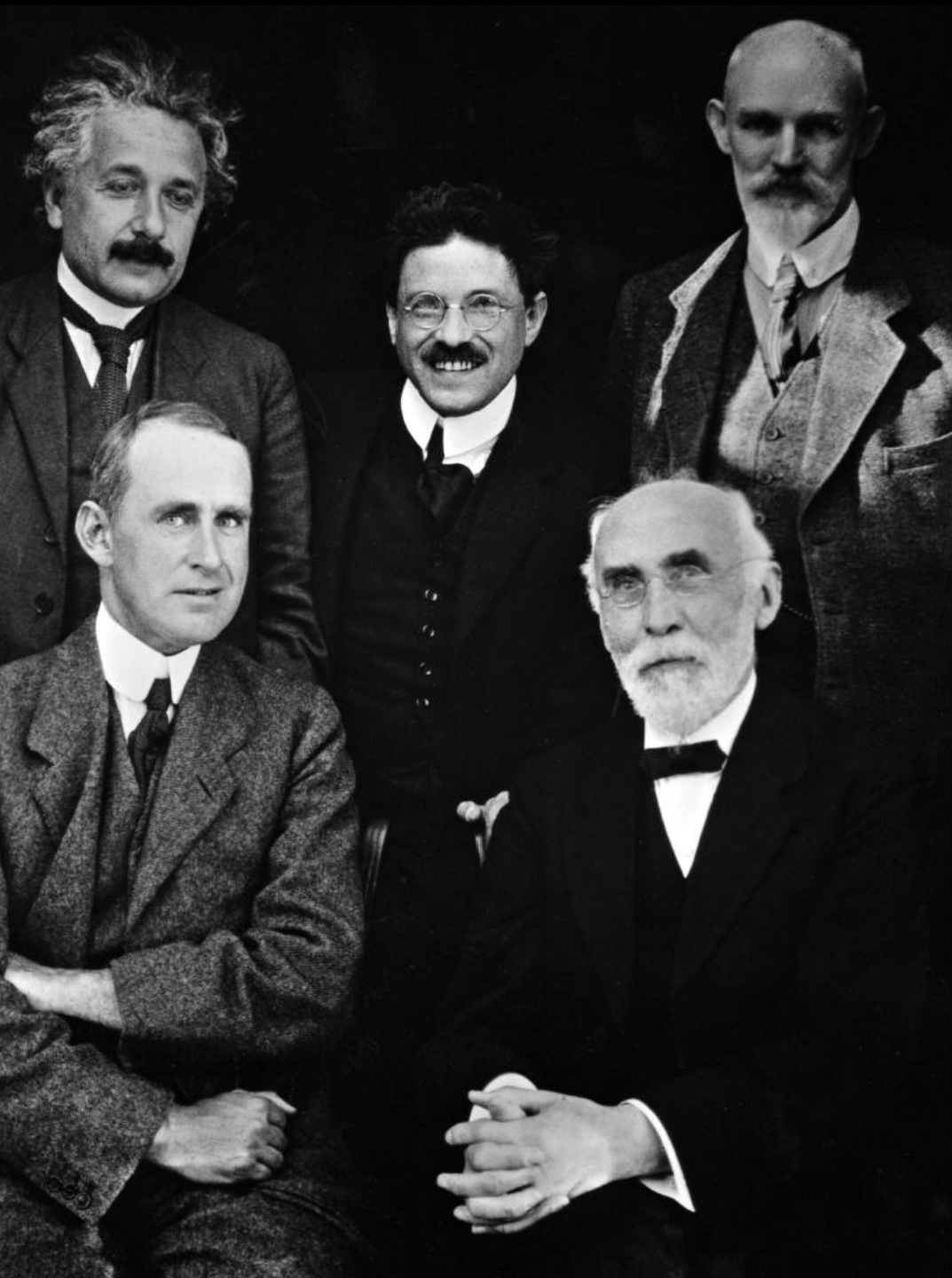
Hij vond een expanderend heelal waarin de schaal-factor a exponentieel toeneemt met de tijd:

$$a(t) = e^{Ht}$$

(schaalfactor is de fysische afstand tussen twee punten in het heelal). Hierbij is de expansiesnelheid:

$$H \propto \sqrt{\Lambda}$$

Dit was het eerste uitdijende model van het heelal



← Willem de Sitter

*(Foto uit 1923 in Leiden,
gemaakt bij de Sitter thuis,
met Ehrenfest, Eddington
en Lorentz)*

Briefkaart van Einstein aan de Sitter, 14 April 1917

14. IV. 17.

Lieber Dr. Sitter!

Hoffentlich bekommt Ihnen das Radio dort recht gut, sodass Sie bald wieder in Ordnung sind. Mir geht es erheblich besser, dank guter Pflege. Unserer Meinungs- Verschiedenheit, die ja sozusagen nur eine Differenz des Glaubens ist, dürfen wir nicht allmählich Zeit widmen, da diese nicht fruchtbar angewendet wäre. Wir sollen die Möglichkeiten sehen, ohne zu wünschen. Selbstverständlich können Sie meine Formulierung gebieten, vorausgesetzt, dass meine Redeaktion nicht zu verschimmeln und ungenau war. Dies können Sie ja selbst beurteilen.

Die Bemerkung über die von Ihnen in Betracht gezogene Mannigfaltigkeitsbest

$$ds^2 = \frac{\sum dx_i^2}{\sum x_i^2},$$

wann das singuläre Verhalten im Unendlichen nur ein scheinbares, durch die Koordinatenwahl verursachtes, wäre, habe ich noch nicht begriffen. Aber hierüber werde ich durch Ihre neue Abhandlung aufgeklärt werden.

Eines bleibt jedenfalls. Das allgemeine Relativitätspostulat gestattet die Zufügung des Gliedes $\Lambda g_{\mu\nu}$ in den Feldgleichungen. Es



Postkarte

Herrn Dr. Sitter

Lanastrasse Dornum

Dornum (Holland)

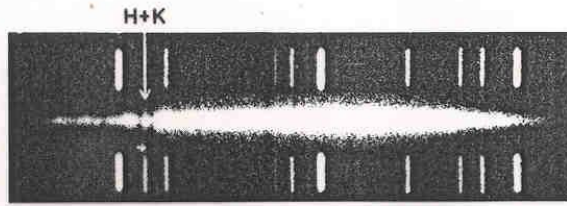
Herrn Dr. Sitter
Wittelsbachstr. 13
Berlin.

wird wohl doch einmal unsere thutäusliche Kenntnis von der Konstitution des fixsternen Himmels, von der scheinbaren Bewegungen der fix Sterne und von der Lage der Spektrallinien in Funktion des Abstandes von uns so weit sein, dass die Frage, ob d verschwindet, oder nicht, empirisch wird entschieden werden können. Überzeugung ist eine gute Triebfeder, aber eine schlechte Richtschnur!

Herzliche Grüsse von Herrn
A. Einstein.



VIRGO

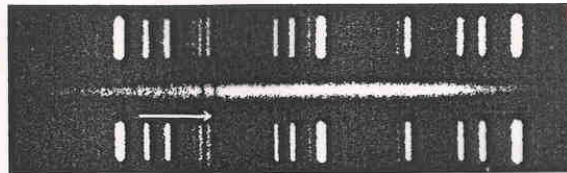


1,200 KM/SEC

78 miljoen
lichtjaar
1200 $\frac{\text{km}}{\text{sec}}$



URSA MAJOR

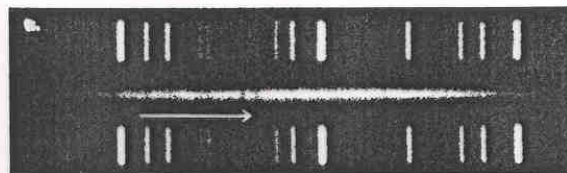


15,000 KM/SEC

750
miljoen
Lichtjaar

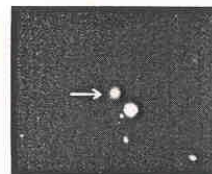


CORONA BOREALIS

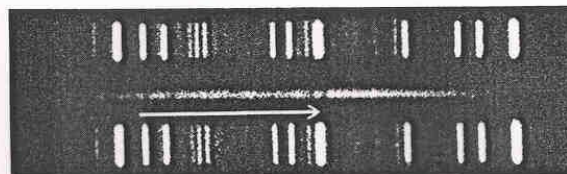


22,000 KM/SEC

1100
miljoen
Lichtjaar



BOOTES

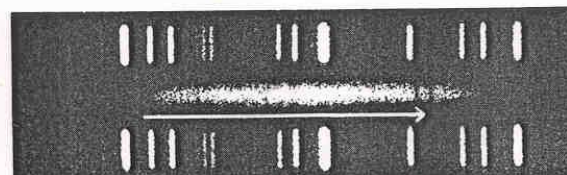


39,000 KM/SEC

2000
miljoen
Lichtjaar



HYDRA



61,000 KM/SEC

3000
miljoen
Licht-
jaar.

Roodverschuiving van
de H+K lijnen van
Calcium

Roodverschuiving
gedeeld door
golflengte = v/c

v = snelheid
 c = lichtsnelheid

De snelheid neemt
toe met ca 20
km/sec per
miljoen lichtjaar
("Constance van
Hubble")

Snelheid (km per seconde)

4×10^4

Modern Hubble-diagram,
afgeleid uit type Ia supernovae

3×10^4

[1 parsec = 3,26 lichtjaar]

2×10^4

1×10^4

0

0

100

200

300

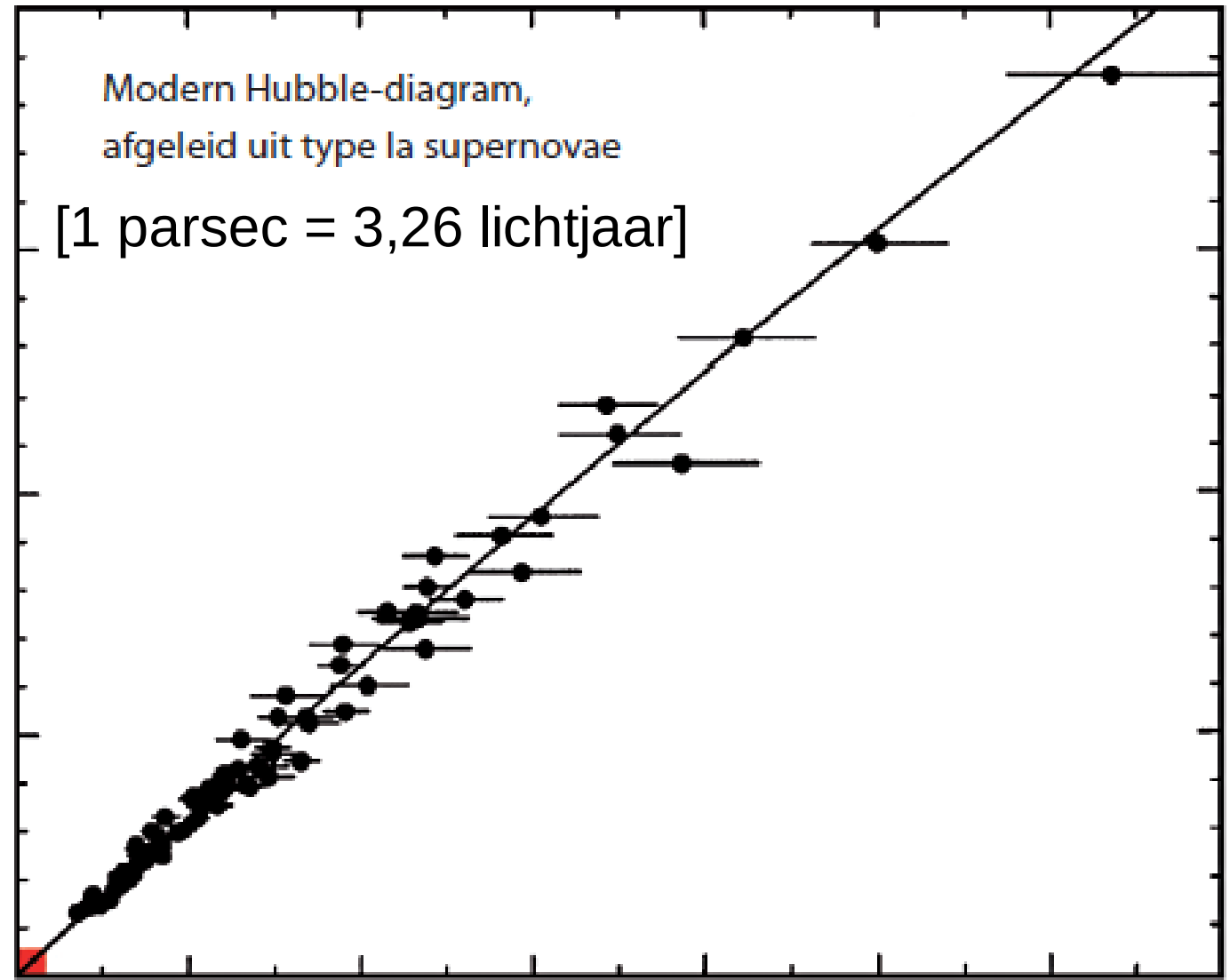
400

500

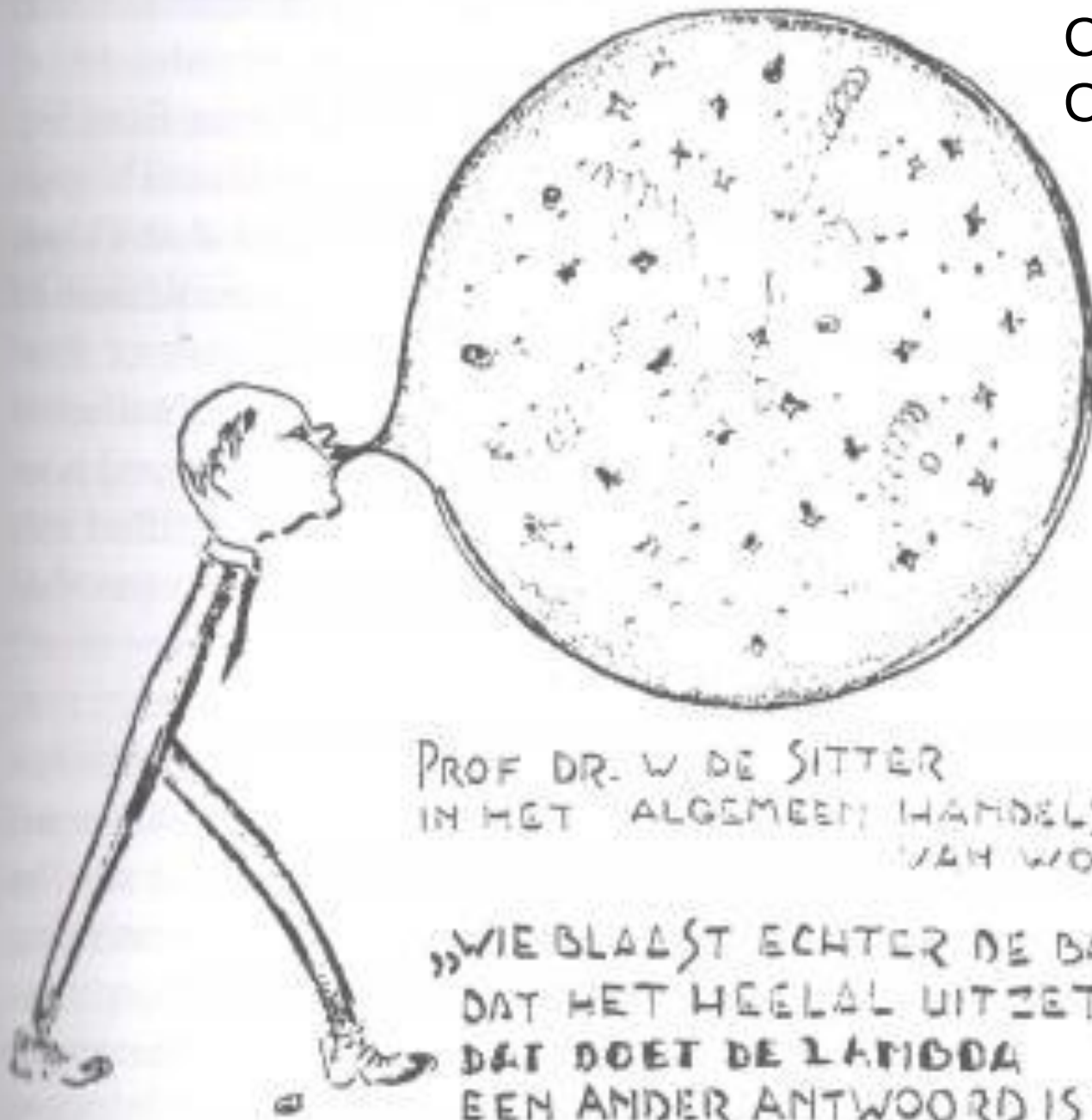
600

700

Afstand (in Megaparsec)



Cartoon uit de Haagse
Courant 1930



PROF DR. W. DE SITTER
IN HET ALGEMEEN HANDELSBLAD *

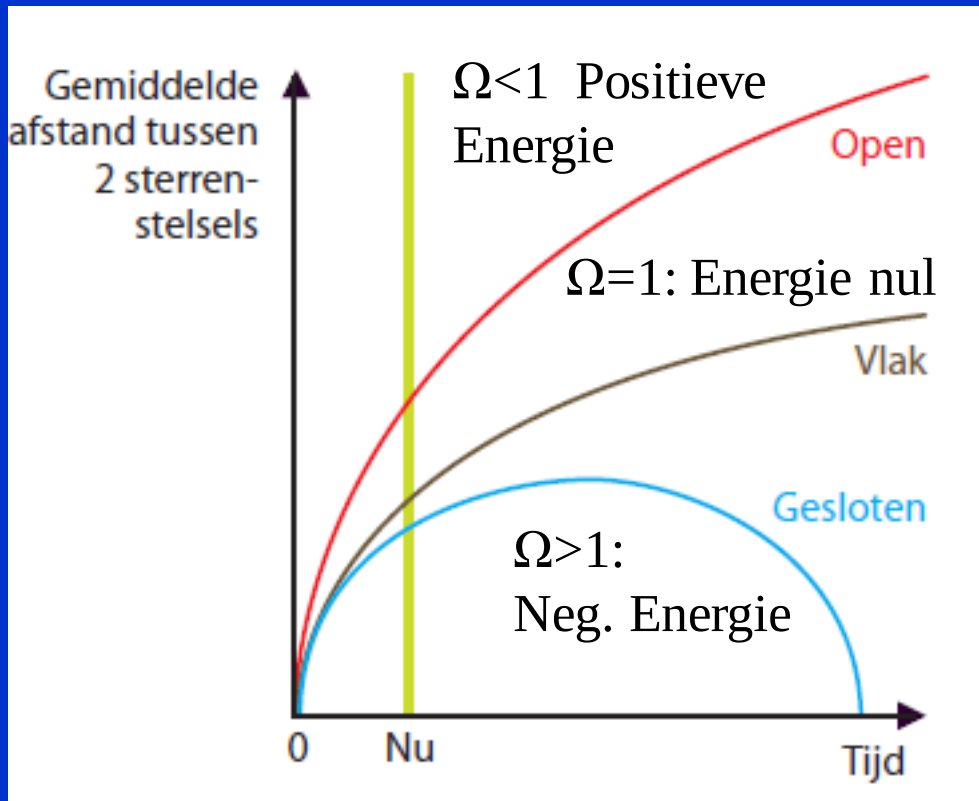
VAN WOENSDAG 9 JULI 1930

„WIE BLAAST ECHTER DE BAL OP? WAT MAAKT
DAT HET HEELAL UITZET, OF OPZWELT?
DAT DOET DE LAMBDA
EEN ANDER ANTWOORD IS NIET TE GEVEN”

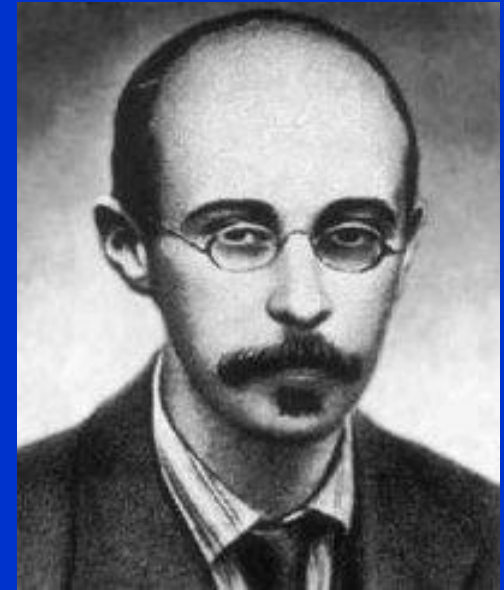
Hubble (1929) dacht dat de waargenomen uitdijning van het heelal het model van de Sitter (1917) met Einstein's λ bevestigde.

Echter, in 1922/23 vond Friedmann de algemene oplossingen voor de mogelijke evolutie van het heelal, zonder λ : Afhankelijk van de "dichtheid" van de materie en energie kan het Heelal zijn: "open" (lage dichtheid), gesloten (hoge dichtheid) en "vlak".

De werkelijke toestand van het Heelal moet uit Metingen bepaald worden!!

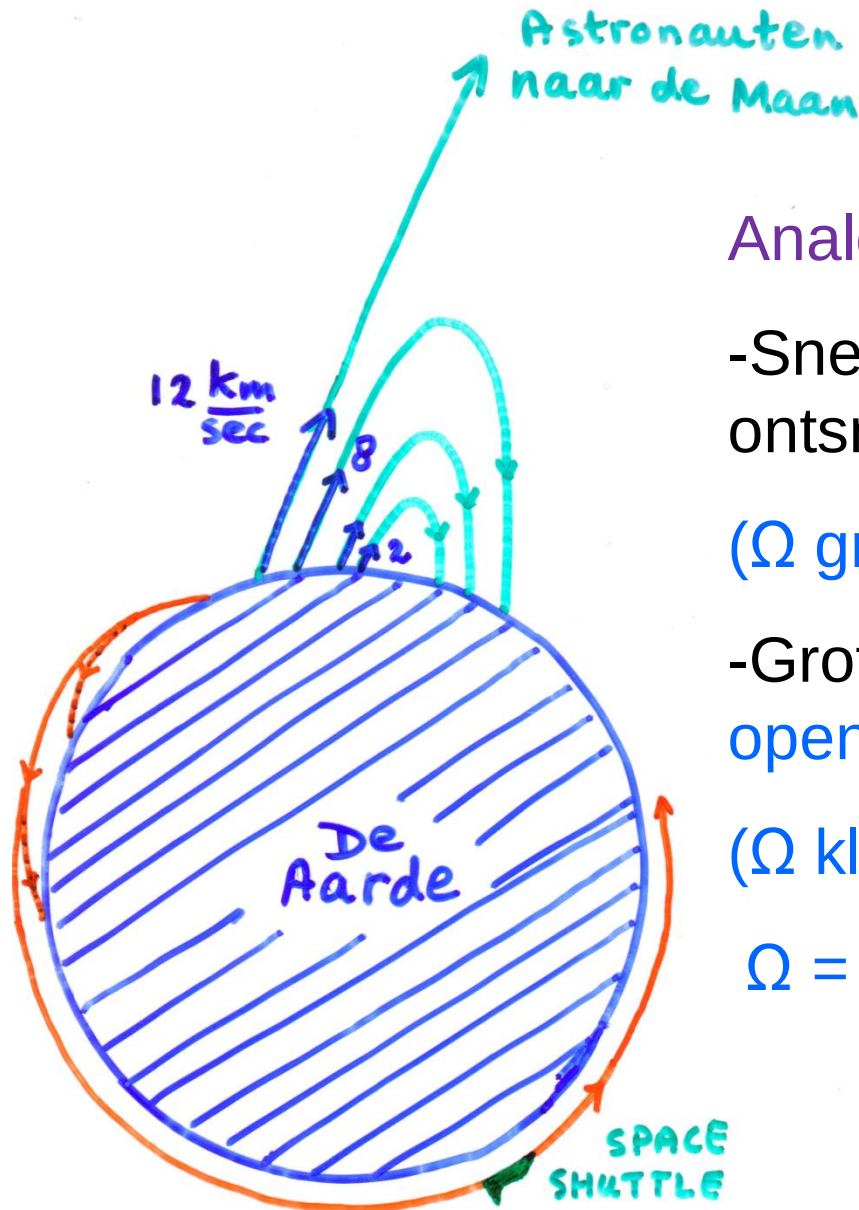


Ω = dichtheid/
critische
dichtheid



Alexander Friedmann
(1888-1925)

De Ontsnappings-snelheid: vanaf Aarde: 11.2 km/sec



Analogie met Heelalmodellen:

-Snelheid kleiner dan
ontsnapsnelheid: gesloten heelal

(Ω groter dan 1)

-Groter dan ontsnapsnelheid:
open heelal

(Ω kleiner dan 1)

$\Omega = \text{dichtheid} / (\text{critische dichtheid})$

Einstein, na de ontdekking van de uitdijng van het heelal, en het zien van Friedmann's oplossingen (ca 1943, *geciteerd door G.Gamow*):

“Het invoeren van Λ was mijn grootste Blunder”

We weten sinds 1998 dat dit toch geen blunder was: de versnelde uitdijng van heelal betekent: Λ is terug!

Besluit:

Einstein creëerde met zijn Algemene Relativiteits Theorie buitengewoon belangrijke nieuwe inzichten over de begrippen Zwaartekracht, Ruimte en Tijd.

In het volgende college gaan we in op verdere consequenties van deze theorie:

Het bestaan van zwarte gaten en zwaartekrachtsgolven